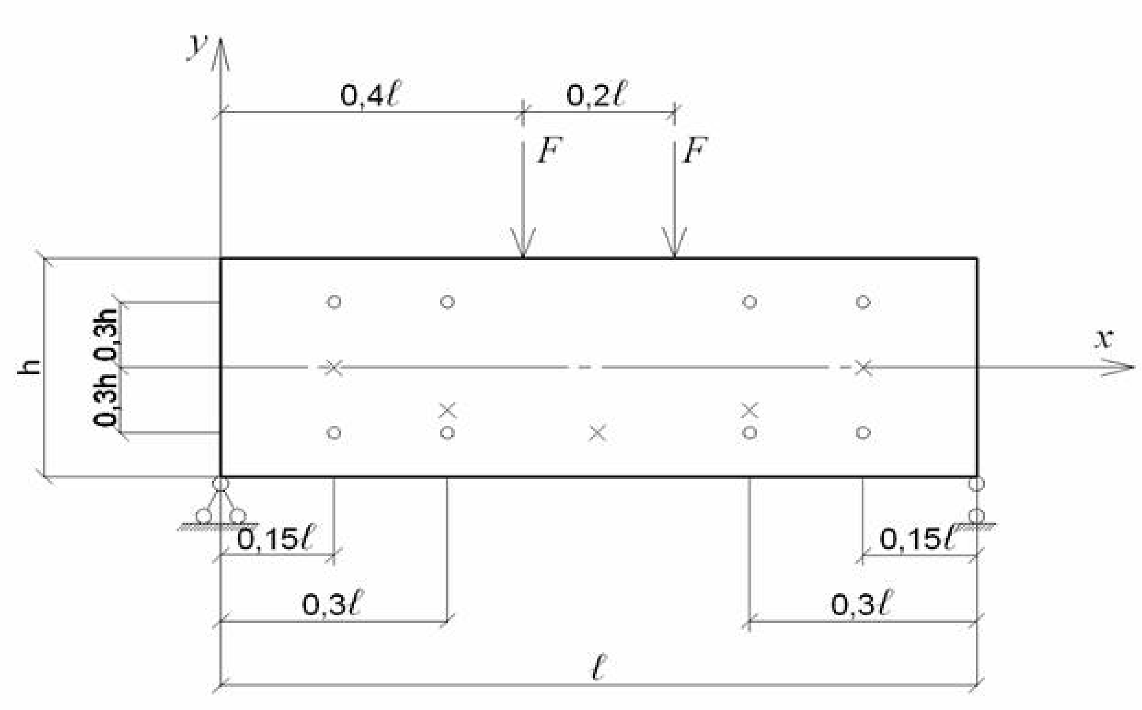
Задание

на курсовую работу по дисциплине

«Методология научных исследований»

Тема: «Деформирование стержня поперечной нагрузкой »

Балка длиной ℓ =3,0 м имеет поперечное сечение в виде прямоугольника с размерами $в \times h$ =200 ×400 мм, шарнирно опирается по концам и нагружена двумя сосредоточенными силами F=5,0 МН, как показано на рисунке. Модуль упругости материала E =2,06· 10^5 МПа, коэффициент Пуассона μ=0,25.



○ – точки A,

× - точки B,C,D,E,F.

Рис.1.

Требуется:

1. Для точки *A* с координатами, в соответствии с вариантом, определить нормальные и касательные напряжения, действующие в следующих площадках:

   а) перпендикулярных координатным осям *x,y,*

   б) имеющих наклон к оси *x* 45^0 и 135^0,

   в) главных площадках – напряжения σ_{max}, σ_{min}.

Определить деформации ε в направлениях, перпендикулярных этим площадкам. Представить площадки с напряжениями и деформациями на рисунках, причем длины векторов, указывающих напряжения или деформации должны быть пропорциональны численному значению величин.

Координаты точки *A*:

Вариант №	Координаты *x,y* точки *A*
1	*x*=0,15ℓ, *y*=0,3*h*
2	*x*=0,30ℓ, *y*=0,3*h*
3	*x*=0,70ℓ, *y*=0,3*h*
4	*x*=0,85ℓ, *y*=0,3*h*
5	*x*=0,15ℓ, *y*=-0,3*h*
6	*x*=0,30ℓ, *y*=-0,3*h*
7	*x*=0,70ℓ, *y*=-0,3*h*
8	*x*=0,85ℓ, *y*=-0,3*h*

2. Для точек B,C,D,E,F с координатами: B (0,15 ℓ;0), C (0,30 ℓ; -0,2 *h*), D (0,5 ℓ; -0,30 *h*), E (0,7 ℓ; -0,2*h*), F (0,85 ℓ; 0)

   Определить главное напряжение σ_{max} и площадку его действия. Показать их на рисунке балки.

   Приближенно провести траекторию главных напряжений – кривую, касательная к которой в любой точке совпадает с направлением действия напряжения σ_{max}.

3. Описать словами деформирование балки.

К выполнению работы.

При исследовании деформирования балки принимаются следующие гипотезы:

1. Гипотеза плоских сечений – при деформировании балки её поперечные сечения остаются плоскими.
2. Гипотеза о ненадавливании продольных волокон друг на друга.
3. Материал балки принимается идеально упругим.

На основе этих гипотез получены формулы для определения нормальных и касательных напряжений, возникающих в любой точке поперечного сечения – в площадках, перпендикулярных оси *x*.

$$\sigma_x = \frac{-M_z}{I_z} y \;, \quad ,$$

где M_z, Q_y – изгибающий момент и поперечная сила, возникающие в поперечном сечении, I_z – момент инерции поперечного сечения относительно его главной центральной оси инерции Z , y – координата точки, в которой определяется напряжение, $S_z^{отс}$ - статический момент отсеченной части поперечного сечения относительно оси z (отсекающая линия проходит через точку, в которой определяется напряжение, параллельно оси z), $в$ – ширина поперечного сечения (длина отсекающей линии).

В продольных сечениях балки – в площадках, перпендикулярных оси *y* – нормальные напряжения равны нулю, а касательные $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ по закону парности.

В площадках, перпендикулярных оси *z*, напряжения равны нулю – имеет место плоское напряженное состояние.

Определение напряжений в наклонных площадках.

По граням элементарного параллелепипеда, вырезанного координатными площадками – площадками, перпендикулярными координатным осям – в общем случае действуют нормальные и касательные напряжения σ_x, σ_y и $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ (рис.2)

Наклонным сечением 1-1 отсечем часть параллелепипеда и из рассмотрения её равновесия найдём нормальные и касательные напряжения в наклонной площадке σ_ν и $\tau_{\eta\nu}$

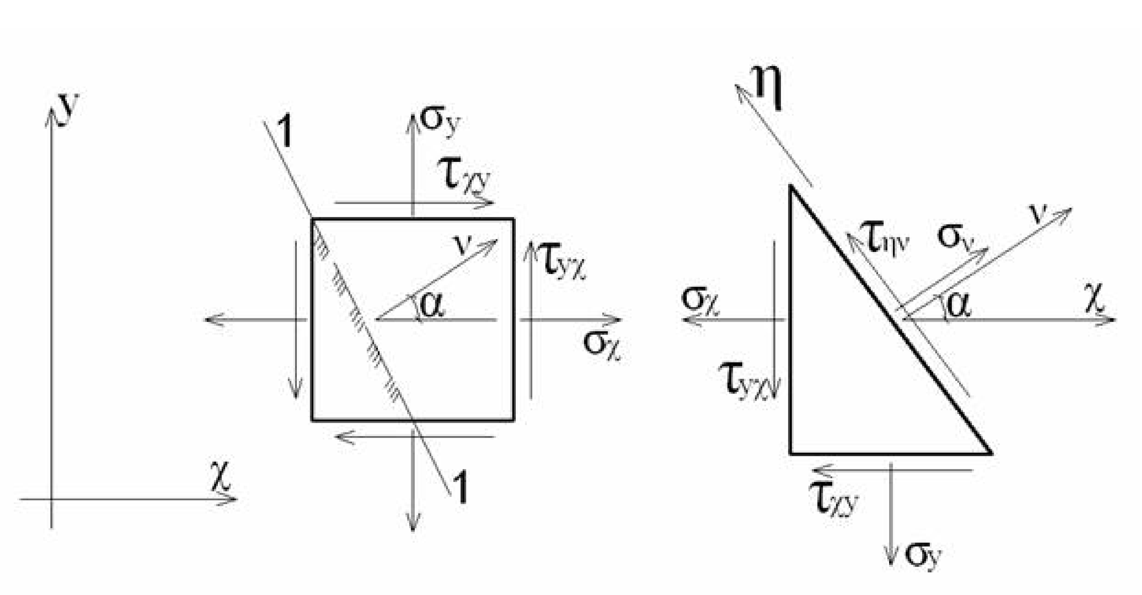


Рис.2

Площади граней, перпендикулярных осям, равны A_x, A_y, A_ν.

Уравнение равновесия

$\Sigma\nu=0$: $\sigma_\nu A_\nu = \sigma_x A_x \cos\alpha + \sigma_y A_y \sin\alpha + \tau_{yx} (A_x \sin\alpha + A_y \cos\alpha)$.

Разделив уравнение на A_ν и учтя, что $\frac{A_x}{A_\nu} = \cos\alpha$, $\frac{A_y}{A_\nu} = \sin\alpha$, получаем

$$\sigma_\nu = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha + \tau_{yx} \sin 2\alpha \,. \qquad (1)$$

Уравнение равновесия

$\Sigma\eta=0$: $\tau_{\eta\nu} A_\nu = \sigma_y A_y \cos\alpha - \sigma_x A_x \sin\alpha + \tau_{yx} (A_x \cos\alpha - A_y \sin\alpha)$.

Или: $\tau_{\eta\nu} = \sigma_y \cos^2\alpha - \sigma_x \sin^2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha$ (2)

Равенства (1) и (2) определяют напряжения в наклонной площадке – площадке с нормалью ν, образующей с осью X угол α.

Определение главных площадок и главных напряжений.

Среди множество площадок, которые можно провести через данную точку, можно всегда отыскать две взаимно перпендикулярные площадки, в которых касательные напряжения равны нулю, а нормальные принимают экстремальные значения: в одной – максимальное σ_{max}, в другой – минимальное σ_{min}. Площадки эти и действующие в них напряжения называются главными. Чтобы найти главные площадки, исследуем функцию $\sigma_\nu = \sigma_\nu(\alpha)$ на max, min.

$\frac{d\sigma_\nu}{d\alpha} = 0$: $2\sigma_x \cos\alpha(-\sin\alpha) + 2\sigma_y \sin\alpha\cos\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha \cdot 2 = 0$

или: $(\sigma_y - \sigma_x)$ $+ 2\tau_{yx} \cos 2\alpha = 0$,

откуда: tg2α= . (3)

Здесь α – угол, определяющий направление главной площадки; отмеряется от оси X к оси ν против часовой стрелки.

Подставляя найденный угол α и α+90° в выражение (1), находим главные напряжения σ_{max} и σ_{min}.

Если в уравнение (1) подставить:

$\cos^2\alpha = \frac{1 + cos2\alpha}{2}$, $\sin^2\alpha = \frac{1 - cos2\alpha}{2}$,

И учесть равенство (3), то можно получить формулу для определения главных напряжений по напряжениям в координатных площадках (без определения угла α)

$$\sigma_{\frac{max}{min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} \qquad (4)$$

Определение деформаций.

Принятые гипотезы позволяют считать, что при изгибе продольные волокна балки испытывают центральное растяжение или сжатие в направлении оси X. При идеально упругом материале продольная деформация в этом случае определяется по закону Гука:

ε_x=

где E – модуль упругости материала.

При этом возникает и поперечная деформация. Она противоположна продольной по знаку, и ее величина определяется коэффициентом Пуассона μ:

ε_x=- $\mu\varepsilon_x$=- μ

В наклонных площадках с нормалями ν и η действуют нормальные напряжения σ_ν и σ_η. Возникает плоское напряженное состояние. Деформации будут равны:

ε_ν=,

ε_η=.

В направлении действия главных напряжений возникают деформации:

εmax=,

εmin=.

Эти деформации тоже называются главными. В изотропном теле направления главных напряжений и главных деформаций совпадают.